

Mathematische Modellentwicklung und Computeralgebra-Simulation – CALS

Der Zwang zur Verkürzung von Entwicklungszeiten erfordert ständig neue und verbesserte Simulationstechnologien. Da nicht nur die Entwicklungszeiten beständig kürzer, sondern auch die gewünschten Produkteigenschaften ständig komplexer werden, ist ein erheblich tieferes Verständnis der beteiligten Parameter notwendig. Die Anwendung rein numerischer Simulationsverfahren hat sich in vielen Bereichen längst etabliert.

I Einleitung

Die numerische Simulation besticht zwar durch Detaillösungen, selbst bei komplexen Strukturen und Prozessen, allerdings liefert sie keine direkten Aussagen über die Zusammenhänge zwischen den einzelnen Parametern. Die numerische Simulation ist nur dann effektiv, wenn alle physikalischen Parameter hinreichend bekannt sind; andernfalls sinkt die Effizienz durch die notwendige Anzahl von notwendigen Variantenrechnungen sehr stark.

Zusätzlich zur numerischen Simulation existieren aber auch symbolische mathematische Betrachtungsweisen. Alle Modellparameter liegen in allgemeiner Form vor und können im Verlauf einer Berechnung beliebige Werte annehmen. Der Vorteil symbolischer mathematischer Modelle liegt in der Möglichkeit der allgemeinen Parametervariation, der idealen Methode, sich einen tieferen Einblick in die physikalische Funktionsweise technischer Prozesse zu verschaffen.

Durch die Computeralgebra-Simulation CALS wird das Modell mittels mathematischer Modellstudien so dimensioniert, dass detaillierte numerische Berechnungen bereits nach wenigen Detailvarianten zum gewünschten Ergebnis führen.

Im CAE-Zeitalter sind Bleistift und Papier, das bisherige Handwerkszeug für symbolische mathematische Modellierungen, an ihre Grenzen gelangt. Geeignete neue Werkzeuge sind deshalb notwendig und stehen heute mit den modernen Computeralgebra-Systemen zur Verfügung.

Ihre grundsätzlichen Vorteile sind schnell aufgezählt: Neben der Darstellung von Formeln im gewohnten mathematischen Zeichensatz beherrschen sie auch deren Manipulation – und zwar im Umfang einer Formelsammlung wie dem Bronstein. Leichtsinnsfehler – wie ein vergessenes Vorzeichen – gehören der Vergangenheit an und die Größe der Ausdrücke wird nur durch den zur Verfügung stehenden Speicher begrenzt. Die Berechnungsergebnisse können sofort graphisch zwei- und dreidimensional dargestellt und ansprechend dokumentiert werden.

2 Einsatzgebiete der Computeralgebra-Simulation (CALS)

Unter der Computeralgebra-Simulation versteht man die Verknüpfung von symbolischen und numerischen Berechnungsmethoden. Die wesentlichen Komponenten der Computeralgebra-Simulation sind die Symbolik, Numerik, Visualisierung und Programmierung.

Die Einsatzgebiete der Computeralgebra-Simulation sind breit gefächert. Typische Anwendungsgebiete im Bereich der Fahrzeugelektronik sind Wärme- und Klimatechnik, Steuerungs- und Regelungstechnik sowie die Sensorik. Die Gründe für die Einbindung der Computeralgebra-Simulation in die CAE Prozesskette sind vielfältig:

- Viele Unternehmen benötigen spezielle Lösungen, die in Standardpaketen nicht in der gewünschten Form enthalten sind. Eine Anpassung ist aus technischen Gründen aber sehr aufwendig. Hier ist eine Individuallösung mit Com-

puteralgebra ein sinnvoller Weg. Durch die hohe Standardfunktionalität lassen sich so Lösungen erstellen, die mit herkömmlichen Werkzeugen nicht wirtschaftlich zu erstellen sind. Durch die leicht zu verstehende Syntax der Programme bleiben so auch Individualprogramme überschaubar und leicht zu warten.

- Die Computeralgebra-Simulation lässt sich durch ihre flexiblen Schnittstellen in bestehende Softwarelösungen einbinden und stellt somit keine Insellösung dar.
- Die symbolisch mathematische Modellierung erlaubt es, tiefere Einsichten in das Verhalten des praktischen Problems zu gewinnen. Der Einfluss von Parametern wird somit offensichtlich. Aus diesem Grund beantwortet die CALS sehr schnell auch Fragen, die mit einem rein numerisch basierten System nur sehr umständlich oder mit nicht vertretbarem Aufwand zu beantworten sind. Zum Beispiel: Wie wirken sich Änderungen von Systemparametern aus? Warum verhält sich das Bauteil oder das Verfahren so? Welche Parameter oder physikalischen Effekte spielen eine Rolle? Welche Anordnungsmöglichkeiten von Baugruppen machen Sinn?
- Mit Computeralgebra lassen sich Probleme lösen, die vorher aus wirtschaftlichen oder Komplexitätsgründen unlösbar angesehen wurden.
- Der Einsatz von Computeralgebra-Simulation ist in einer sehr frühen Stufe des Entwicklungsprozesses möglich und empfehlenswert, wenn noch gar

Der Verfasser

Dipl.-Ing. Stefan Braun



keine oder sehr ungenaue numerische Daten zur Verfügung stehen. Gerade in dieser frühen Stufe sind die Änderungskosten noch sehr gering. Es lassen sich so prinzipielle Problemstellungen sehr früh erkennen und Lösungsstrategien entwickeln.

3 Mathematica – die Basis für Computeralgebra-Simulation

Mathematica ist das weltweit meist verbreitete System für mathematisch-technische Berechnungen auf der Basis von Computeralgebra. Es wird weltweit in den meisten größeren Firmen und Universitäten eingesetzt und hat über eine Million Anwender. Zu Mathematica stehen über 20 Zusatzpakete für die unterschiedlichsten technischen Anwendungen zur Verfügung. Die Anwendungsgebiete reichen von der Auslegung von Airbags bis hin zur Optimierung von elektrischen Sicherungen.

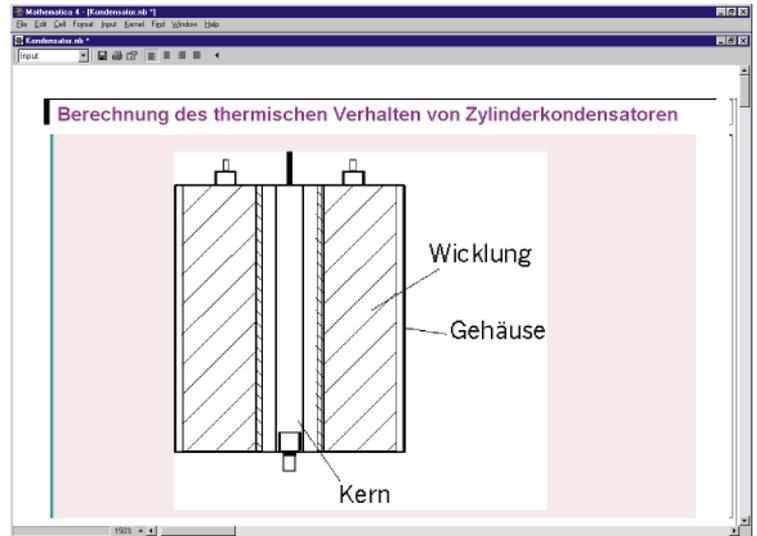
Die Funktionalität von Mathematica umfasst alle Gebiete der symbolischen und numerischen Mathematik und erlaubt eine direkte Darstellung der Ergebnisse. Ein weiterer Gesichtspunkt stellt die integrierte Programmiersprache dar. Damit lassen sich Programme erstellen, die in einer herkömmlichen Sprache wie Fortran oder C den vielfachen Programmieraufwand erfordern oder nicht in einem wirtschaftlichen Rahmen realisierbar sind.

4 Ein praktisches Beispiel

Die frühzeitige Erkennung und Behebung von unzulässig hohen Bauteiltemperaturen ist im Hinblick auf kurze Entwicklungszeiten bereits in der Konzeptphase eines Produkts ein entscheidender Marktanteil. Analytische Abschätzungen (Vorauslegungen) sind in dieser Phase das wichtigste Hilfsmittel, für numerische Simulationen (Nach- oder Variantenrechnungen) liegen noch viel zu wenig Daten vor.

Als Anwendungsbeispiel dient hier die Erwärmung von zylindrischen Kondensatoren. Die Erwärmung von Kondensatoren ist deswegen kritisch, weil zu hohe Temperaturen zu einer Reduzierung der Lebensdauer führen. Deswegen sind Berechnungsmodelle notwendig, die es erlauben, die Temperaturen schon in einer sehr frühen Designphase zu bestimmen. In **Bild 1** ist der typische Aufbau eines Kondensators dargestellt.

Bild 1: Beschreibung der Kondensatorgeometrie



Die Beschreibung des stationären Temperaturverlaufs geschieht über eine gewöhnliche Differentialgleichung. Die analytische Lösung der Differentialgleichung für den Temperaturverlauf führt auf eine äußerst umfangreiche formelmäßige Lösung, **Bild 2**. Diese analytische Lösung wird nun für konkrete Parameterwerte visualisiert. Dadurch lässt sich ein erster Überblick über die Eigenschaften der Lösung gewinnen, **Bild 3**.

Um auch im instationären Betrieb thermische Fragestellungen zu untersuchen, ist es notwendig, eine partielle Differentialgleichung zu formulieren. Dies hängt sowohl vom Radius als auch von der Zeit ab, **Bild 4**. Die Lösung dieser Differentialgleichung

wird für einen wechselnden Ein- und Ausschaltvorgang betrachtet. Die zur Lösung dieser Aufgabenstellung erforderlichen formelmäßigen Manipulationen sind mit herkömmlichen Werkzeugen und Bleistift und Papier nicht mehr möglich. Durch den Einsatz der Computeralgebra-Simulation lässt sich eine derartige Berechnung automatisieren.

Die Dauer einer solchen Berechnung mittels Computeralgebra auf einem üblichen Rechner (Pentium) liegt im Bereich einiger Sekunden. Dann allerdings hat man die komplette und allgemeine Lösung dieser Problemklasse. Die Berechnung mit konkreten Zahlenwerten geschieht dann nur noch durch Einsetzen von Zahlenwerten – und

Summary

Computeralgebra-Simulation (CALs)

The need to shorten development times requires ever new and improved simulation techniques. But not only the time available for the development gets shorter, but the desired product properties grow increasingly more complicated. So a much deeper understanding of the involved parameters is necessary now. Here Computeralgebra – Simulation provides convenient solutions methods. By using Computeralgebra-Simulation (CALs) solutions for problems in electronics development become possible which were not feasible before under consideration of technical and economic aspects.

Visual Analysis supports its customers in the development of mathematical models or takes over the modelling as a service, so that the customer can efficiently use Computeralgebra-Simulation.

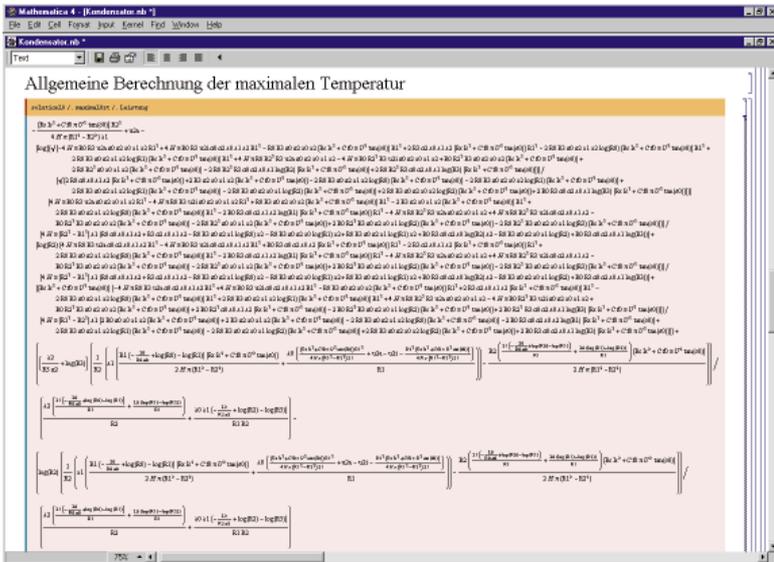


Bild 2: Formel für die Temperaturverteilung im Kondensator

ist eine Angelegenheit von wenigen Zehntelsekunden. Auch lässt sich diese Formel als C-Code exportieren und dann in Echtzeitanwendungen einbauen. An diesem Beispiel sieht man sehr deutlich, wie durch den Einsatz der Computeralgebra-Simulation herkömmliche Ansätze erheblich weitergetrieben und verbessert werden können.

5 Zusammenfassung

Der Zwang zur Verkürzung von Entwicklungszeiten erfordert ständig neue und verbesserte Simulationstechnologien. Da die Entwicklungszeiten beständig kürzer und die gewünschten Produkteigenschaften ständig komplexer werden, ist ein erheblich tieferes Verständnis der beteiligten Parameter notwendig. An dieser Stelle kommt die Computeralgebra-Simulation (CALs) ins Spiel.

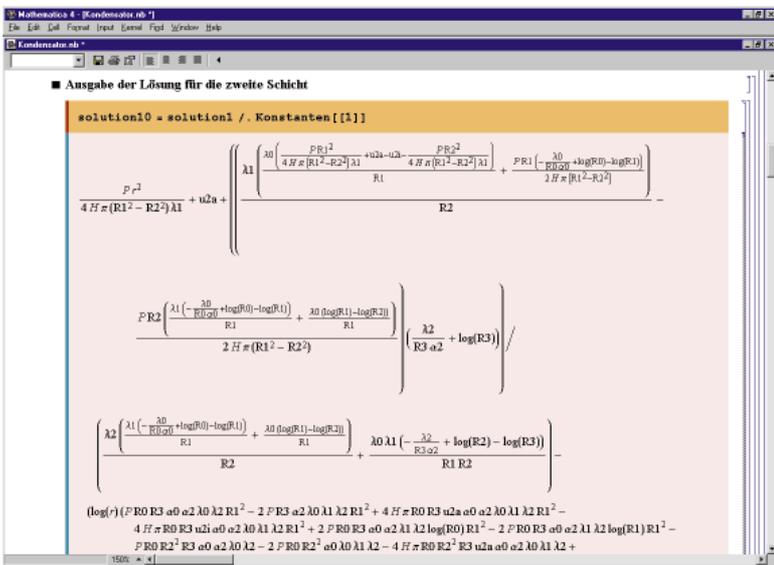


Bild 3: Darstellung der Temperatur entlang des Querschnitts

Der Einsatz von Computeralgebra-Simulation ist in einer sehr frühen Stufe des Entwicklungsprozesses möglich und empfehlenswert, wenn noch gar keine oder sehr ungenaue numerische Daten zur Verfügung stehen. Gerade in dieser frühen Stufe sind die Änderungskosten noch sehr gering. Es lassen sich so prinzipielle Problemstellungen sehr früh erkennen und Lösungsstrategien entwickeln.

Durch den Einsatz der Computeralgebra-Simulation (CALs) ist es möglich, Lösungen für Aufgabenstellungen aus der Elektronikentwicklung zu erstellen, die vorher unter technischen und wirtschaftlichen Aspekten nicht möglich waren.

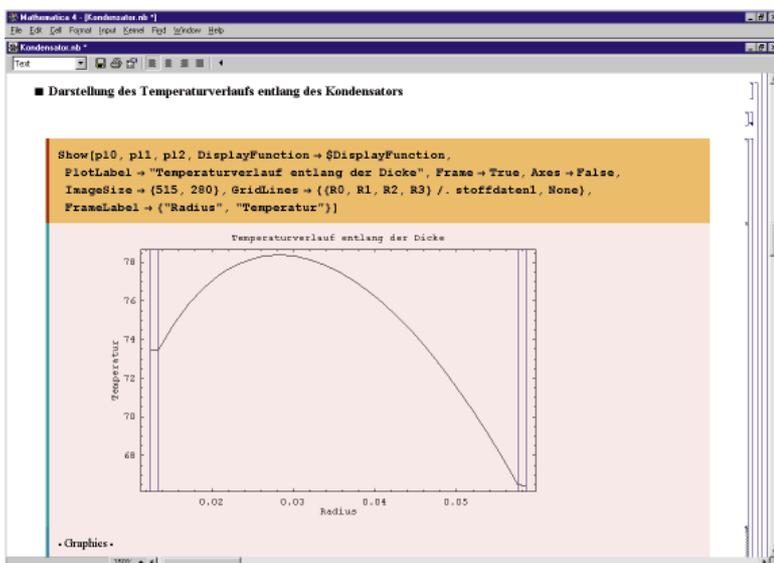


Bild 4: Darstellung des instationären Temperaturverlaufs

Visual Analysis unterstützt seine Kunden bei der Erstellung von mathematischen Modellen oder übernimmt die Modellierung im Rahmen einer Dienstleistung, um den Kunden einen effizienten Einsatz der Computeralgebra-Simulation zu erlauben.

Vertrieb durch:
 ADDITIVE GmbH • Max-Planck-Straße 22b • 61381 Friedrichsdorf
 http://www.additive-mathematica.de • eShop: http://eshop.additive-net.de
 Verkauf: +49-6172-5905-30 mathematica@additive-net.de
 Support: +49-6172-5905-20 support@additive-net.de